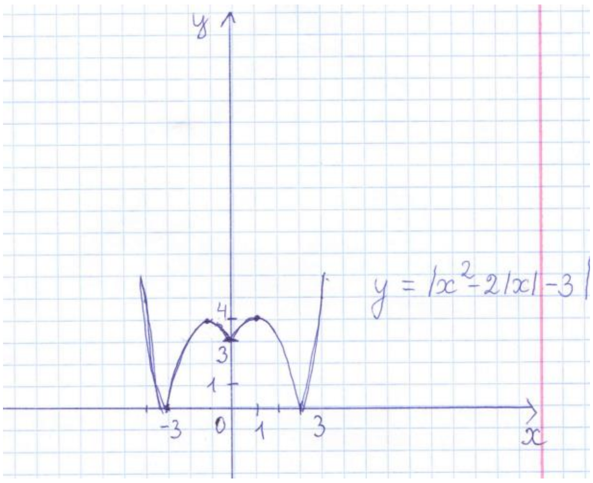
Решение и ответы. 11 класс.

11. 1 Постройте график функции у(х)=$|x^2 - 2|x| - 3|$.

Функция четная, поэтому график симметричен относительно оси Оу. Построим график у= х2-2х-3 для неотрицательных значений аргумента и отразим симметрично относительно Оу. Далее отразим симметрично часть графика, который лежит ниже Ох относительно Ох.



11.2. Решите уравнение x^2-2x+y^2-4y+5=0.

x^2-2x+y^2-4y+5=0

x^2-2x +1+ y^2-4y+4=0

$(x-1)^2+(y-2)^2=0$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Ответ х=1,у=2

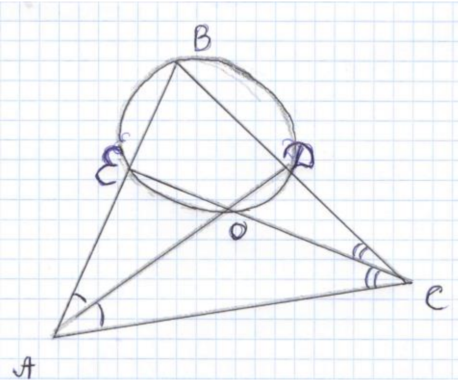
11.3 Не решая уравнения ax^2+вх+с=0, найти $\frac{1}{{x_1}^2} + \frac{1}{{x_2}^2}$.

По обобщенной теореме Виета $x_1x_2=\frac{c}{a}$, $x_1+x_2=-\frac{в}{a}$

$$\frac{1}{{x_1}^2} + \frac{1}{{x_2}^2} = \frac{(x1+x2)^2 - 2x1x2}{{x_1}^2{x_2}^2} = \frac{\frac{в^2}{a^2} - 2\frac{c}{a}}{\frac{c^2}{a^2}} = \frac{в^2 - 2ac}{c^2}$$

11.4 В треугольнике АВС биссектрисы АД и СЕ пересекаются в точке О. Угол АВС равен 60^0. Доказать, что ОД=ОЕ.

Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке, значит ВО биссектриса угла АВС.



Углы ДОЕ и АОС равны как вертикальные.

$< \text{АОС} = 180^0 - \frac{1}{2}(< \text{ВАС} + < \text{ВСА}) = 180^0 - \frac{1}{2}(180^0 - < \text{АВС}) = 180^0 - \frac{1}{2}(180^0 - 60^0) = 120^0$

$< \text{АОС} = < \text{ДОЕ} = 120^0$

В четырехугольнике ЕВДО сумма противоположных углов 180^0.значит можно описать окружность.

Т.к. ВО биссектриса угла АВС. То дуги ЕО и ОД равны. А значит равны и хорды ЕО и ОД.

11.5 Пусть а+в+с =1. Доказать, что $а^2+в^2+с^2 \geq \frac{1}{3}$.

а) $(а + в + с)^2 = 1$

$а^2 + в^2 + с^2 + 2ав + 2ас + 2вс = 1$

б) $(а - в)^2 \geq 0$, значит $а^2 + в^2 \geq 2ав$, аналогично

$с^2 + в^2 \geq 2св$

$а^2 + с^2 \geq 2ас$, сложим неравенства.

$2ав + 2ас + 2вс \leq 2\,а^2 + 2в^2 + 2с^2$

b) $1 = a^2 + в^2 + c^2 + 2aв + 2ac + 2вc \leq 3\,a^2 + 3в^2 + 3c^2$,

Следовательно $a^2+в^2+c^2 \geq \frac{1}{3}$.