Ключи 9 класс

9.1. Упростите выражение : $\sqrt{\left(\sqrt{3}-5\right)^2}-\frac{1}{\sqrt{7+4\sqrt{3}}}$

Решение

$\sqrt{\left(\sqrt{3}-5\right)^2}-\frac{1}{\sqrt{7+4\sqrt{3}}}=\left|\sqrt{3}-5\right|-\frac{\sqrt{7-4\sqrt{3}}}{(\sqrt{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})}}=5-\sqrt{3}-\frac{\sqrt{7-4\sqrt{3}}}{\sqrt{49-48}}=5--\sqrt{3}-$
$\frac{\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}}{1}=5-\sqrt{3}-\left|\left(2-\sqrt{3}\right)\right|=5-\sqrt{3}-2+\sqrt{3}$ =3.

9.2 Замените в выражении $(x^4-3)^2+(x^3+*)^2$звёздочку на одночлен так, чтобы после возведения в квадрат и приведения подобных слагаемых получилось четыре слагаемых.

Решение

Ответ: *=3x

$(x^4-3)^2+(x^3+3x)^2=x^8-6x^4+9+x^6+6x^4+9x^2=x^8+x^6+9x^2+9$

9.3. Решите уравнение $(x+a)(x+2a)(x+3a)(x+4a)=360a^4$.

Решение

$(x+a)(x+2a)(x+3a)(x+4a)=360a^4$

$((x+a)(x+4a))((x+2a)(x+3a))=360a^4$

$(x^2+5ax+4a^2)(x^2+5ax+6a^2)=360a^4$

Пусть $x^2+5ax+4a^2=y$,то

$y(y+2a^2)=360a^4$

$y^2+2a^2y^2-360a^4=0$

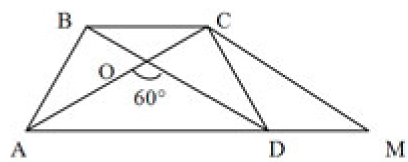
$y_1=-a^2+\sqrt{a^4+360a^4}=-a^2+19a^2=18a^2$

$y_2=-a^2-\sqrt{a^4+360a^4}=-a^2-19a^2=-20a^2$

Ответ: $-20a^2$,$18a^2$

9.4. В трапеции длина одной из диагоналей равна сумме длин оснований, а угол между диагоналями равен 60°.Докажите, что трапеция – равнобедренная.

Решение



Пусть AD = a, BC = b, AC = a + b. Продолжим AD за точку D на расстояние DM = BC.
Тогда очевидно, что треугольник ACM - равносторонний.
Но это значит, что угол AOD и угол BOC - тоже равносторонние.

Отсюда непосредственно следует, что угол AOB = угол COD,
откуда имеем, что AB = CD.

9.5. Доказать, что произведение двух последовательных натуральных чисел не может быть равным $25к + 1$, где $к = 0; 1; 2; ...$

Решение

n, n+1-последовательные натуральные числа

Пусть их произведение равно $25к + 1$, тогда

$n(n+1)= 25к + 1$

$n^2+n=25к + 1$

отнимем от обеих частей по 6

$n^2+n-6=25к - 5$

$(n+3)(n-2)=5(5к-1)$

Заметим, что $(n+3)-(n-2)=5$,это означает, что если одно из них кратно 5 , то и второе кратно 5. Следовательно, их произведение кратно 25.

Значит, левая часть кратна 25, но правая часть не кратна 25, т.к. 5к-1 не кратно 5. Противоречие, следовательно наше предположение было неверно, значит произведение двух последовательных натуральных чисел не может быть равным $25к + 1$