

Ключи.

10.1 Приравняем правые части уравнений, получим уравнение $\frac{1}{2-y} = y$, из этого уравнения получим $y = 1$. Тогда из уравнения $|2x + 1| = 1$ находим $x = 0$ или $x = -1$.

Ответ: (0;1), (-1; 1)

10.2 По формулам Виета $\alpha + \beta = 2p$ и $\alpha\beta = -7p^2$. $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$, тогда получим $(2p)^2 - 2 \times (-7p^2) = 18$, откуда $p = 1$ или $p = -1$. Ответ: $p = 1, p = -1$.

10.3. Рисунок 1. Если $x > -1$, то $y = -x + 1$. Если $x < -1$, то $y = -x - 1$

10.4. Рисунок 2. Из периметра треугольника ABC получим $x + m + n + y + d = \alpha$. Из периметра треугольника A_1BC_1 получим $m + n + p = \beta$. Так как в трапецию AA_1C_1C можно вписать окружность,

то $x + y = p + d$. Решим систему:
$$\begin{cases} x + m + n + y + d = \alpha; \\ m + n + p = \beta; \\ x + y = p + d. \end{cases} \quad \begin{cases} (x + y) + (m + n) + d = \alpha; \\ m + n = \beta - p; \\ x + y = p + d. \end{cases}$$

$(p + d) + (\beta - p) + d = \alpha$, откуда $2d = \alpha - \beta$. Значит, $d = \frac{\alpha - \beta}{2}$.

Ответ: $AC = \frac{\alpha - \beta}{2}$.

10.5. Пусть ученик решил верно x задач, а неверно y задач, тогда он брался решать $(x + y)$ задач. $8x$ баллов он получил за все верно решенные задачи и $-5y$ баллов за все неверно решенные задачи. По условию получим $8x - 5y = 13$. Преобразуем: $8x - 13y + 8y = 13$, тогда $8x + 8y = 13 + 13y$; $8(x + y) = 13(1 + y)$. Так правая часть делится нацело на 13, то $(x + y)$ делится нацело на 13. Всего задач было 13, значит $x + y = 13$. Так как левая часть делится нацело на 8, то $(1 + y)$ делится нацело на 8. Получим $y = 7, x = 6$. Ответ: ученик решил верно 6 задач.

